

Višeatributivno odlučivanje

Matrica odlučivanja – Služi za struktuiranje problema odlučivanja, kroz uvođenja relevantnih kriterijuma i ocene alternativa po svakom kriterijumu. Kolone predstavljaju kriterijume odlučivanja, a redovi predstavljaju alternative. Polja u matrici odlučivanja se mogu popuniti merenjem ili procenom donosioca odluke.

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
A	55	Besplatan u sobi	0.7	4
B	65	Plaća se	0.4	3
C	40	Nema	0.7	4
D	25	Besplatan u hodniku	4	3
E	40	Plaća se	2	5
Ponderi	7	4	6	3

Matricu odlučivanja treba kvantifikovati. Pored toga, potrebno je i odrediti tip ekstremizacije za svaki kriterijum. Ukoliko je tip ekstremizacije minimizacija (min) onda je poželjno da vrednost za taj kriterijum bude što niža. Odnosno, ukoliko je tip ekstremizacije maksimizacija (max) onda je poželjno da vrednost za taj kriterijum bude što veća.

	Cena (eur) min	Internet max	Udaljenost od grada (km) min	Čistoća max
A	55	Besplatan u sobi (3)	0.7	4
B	65	Plaća se (1)	0.4	3
C	40	Nema (0)	0.7	4
D	25	Besplatan u hodniku (2)	4	3
E	40	Plaća se (1)	2	5
Ponderi	7	4	6	3

Leksikografska metoda:

1. Formiranje relacije poretka značajnosti kriterijumima, tako da je prvi kriterijum u poretku najznačajniji, a poslednji najmanje značajan.
2. Krenuti od najbitnijeg kriterijuma.
3. Izabrati alternativu koja ima najbolju vrednost za kriterijum:
 - Ukoliko postoji jedna alternativa, izabrati tu alternativu;
 - Ukoliko postoji veći broj alternativa onda se za te alternative prelazi na sledeći kriterijum i vraća se na korak 3;
4. Postupak se ponavlja dok se ne donese odluka (ostane jedna alternativa) ili dok se ne iskoriste svi kriterijumi.

Primer:

Uz datu matricu odlučivanja dat je i redosled važnosti kriterijuma:

Kriterijumi	Cena >>	Udaljenost od grada >>	Internet >>	Čistoća
-------------	---------	------------------------	-------------	---------

Pogledati u matrici odlučivanja koja alternativa ima najnižu cenu (zato što je tip ekstremizacije minimizacija).

	Cena (eur) min
A	55
B	65
C	40
D	25
E	40

Izabrati alternativu D. Kako je vrednost jedinstvena zaključujemo da je alternativa D najbolja.

Ukoliko je, u alternativu D, vrednost za cenu 50 eura, onda je postupak sledeći.

Prema ceni najbolje alternative su C i E. Međutim, kako ne možemo odlučiti u ovom koraku koja je alternativa najbolja prelazimo na sledeći kriterijum, tj. udaljenost od grada. Posmatrajući alternative C i E, zaključujemo da je alternativa C bolja jer je udaljenost od grada niža za alternativu C nego za alternativu E.

	Cena (eur) min	Udaljenost od grada (km) min
A	55	0.7
B	65	0.4
C	40	0.7
D	50	4
E	40	2

Konjunktivna metoda:

1. Donosilac odluke (DO) daje *vektor željenih vrednosti*.
2. Izabrati alternativu koja zadovoljava sve željene vrednosti Ili onu alternativu koja ima najviše zadovoljenih željenih vrednosti.

3. Ukoliko su željene vrednosti suviše jake (ne ostaje nijedna alternativa), onda se može raditi popuštanje filtera. Odnosno, ukoliko su željene vrednosti suviše slabe (ostaje previše alternativa), onda se može raditi stezanje filtera.

Primer:

DO je izrazio svoje željene vrednosti u vidu sledeće matrice.

Kriterijumi	Cena	Internet	Udaljenost od grada	Čistoća
Željene vrednosti	≤ 40	≥ 3	≤ 1	≥ 4

U vektoru željenih vrednosti $\leq x$ i $\geq x$ se čitaju kao *barem x dobro*. Umesto vrednosti u matricu odlučivanja upisaćemo 1 ukoliko alternativa zadovoljava željenu vrednost za taj kriterijum i 0 ukoliko ne zadovoljava željenu vrednost za taj kriterijum.

	Cena (eur) min	Internet max	Udaljenost od grada (km) min	Čistoća max	Ukupno
A	0	1	1	1	3
B	0	0	1	0	1
C	1	0	1	1	3
D	1	0	0	0	1
E	1	0	0	1	2

Nijedna alternativa ne zadovoljava sve željene vrednosti. Ukoliko DO ne želi da popusti željene vrednosti onda zaključujemo da su alternative A i C najbolje, jer imaju najveći broj zadovoljenih željenih vrednosti.

Ukoliko se popusti filter tako da je Internet ≥ 1 , a udaljenost ≤ 2 onda dobijamo:

	Cena (eur) min	Internet max	Udaljenost od grada (km) min	Čistoća max	Ukupno
A	0	1	1	1	3
B	0	1	1	0	2
C	1	0	1	1	3
D	1	0	0	0	1
E	1	1	1	1	4

U ovom slučaju alternativa E u potpunosti zadovoljava sve željene vrednosti.

Leksikografska metoda i konjuktivna metoda (bez popuštanja i stezanja željenih vrednosti) predstavljaju metode bez kompromisa.

Metoda jednostavnih aditivnih težina (JAT):

Još jedan način za izražavanje preferencija donosioca odluke je definisanje pondere (težinskih koeficijenata) za kriterijume. Ukupan kvalitet neke alternative bi onda mogao da se računa kao otežana suma pojedinačnih kvaliteta (tj. kriterijuma). Ukoliko je A_i alternativa i ($i = 1, \dots, n$), w_j ponder kriterijuma j a x_{ij} vrednost u matrici odlučivanja za alternativu i i kriterijum j , onda bi mogli da ocenimo alternativu A_i (predstavljeno u formuli ispod kao $v(A_i)$) preko formule:

$$v(A_i) = \sum_{j=1}^k w_j x_{ij}$$

Prilikom računanja otežanih suma treba voditi računa o sledećem:

- Suma pondera treba da bude jedan. Ukoliko suma pondera nije jednaka 1 onda se vrši L_1 normalizacija, tj. svaki ponder se deli sa sumom pondera. Drugim rečima, nova vrednost pondera se dobija na sledeći način:

$$w'_j = \frac{w_j}{\sum_{l=1}^k w_l}$$

- Svi kriterijumi treba da budu istog tipa ekstremizacije (maksimizacije). Ukoliko nisu, vrši se invertovanje vrednosti, tj. svi kriterijumi kojima je tip ekstremizacije minimizacija prebacuju se u maksimizaciju. To se radi tako što se vrednosti alternativa za taj kriterijum transformišu na sledeći način:

$$x_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}$$

- Sve vrednosti treba da se nalaze na istoj skali vrednosti, kako kriterijumi sa velikim skalama (npr. u hiljadama) ne bi učinili druge kriterijume (npr. u decimalama) beznačajnim. U tu svrhu radi se L_∞ normalizacija. Drugim rečima, svaki element se deli sa najvećom vrednošću tog kriterijuma, tj. vrši se transformacija vrednosti preko formule:

$$x_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_j(x_{ij})}$$

Primer:

Prvo ćemo pondere svesti tako da im je suma jednaka jedan. Suma je $7 + 4 + 6 + 3 = 20$

Kriterijumi	Cena	Internet	Udaljenost od grada	Čistoća
Ponderi	7 / 20	4 / 20	6 / 20	3 / 20
	0.35	0.2	0.3	0.15

Zatim ćemo sve kriterijume svesti na isti tip ekstremizacije (max).

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max
A	1 / 55	3	1 / 0.7	4
B	1 / 65	1	1 / 0.4	3
C	1 / 40	0	1 / 0.7	4
D	1 / 25	2	1 / 4	3
E	1 / 40	1	1 / 2	5
Ponderi	0.35	0.2	0.3	0.15

Kako dobijene vrednosti nisu na istoj skali vršimo L_∞ normalizaciju.

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max
A	$(1 / 55) / (1 / 25)$	3 / 3	$(1 / 0.7) / (1 / 0.4)$	4 / 5
B	$(1 / 65) / (1 / 25)$	1 / 3	$(1 / 0.4) / (1 / 0.4)$	3 / 5
C	$(1 / 40) / (1 / 25)$	0 / 3	$(1 / 0.7) / (1 / 0.4)$	4 / 5
D	$(1 / 25) / (1 / 25)$	2 / 3	$(1 / 4) / (1 / 0.4)$	3 / 5
E	$(1 / 40) / (1 / 25)$	1 / 3	$(1 / 2) / (1 / 0.4)$	5 / 5
Ponderi	0.35	0.2	0.3	0.15

Tj. dobijamo:

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max	Vrednost
A	0.455	1	0.571	0.8	0.6505
B	0.385	0.333	1	0.6	0.5913
C	0.625	0	0.571	0.8	0.5102
D	1	0.667	0.1	0.6	0.6033
E	0.625	0.333	0.2	1	0.4954
Ponderi	0.35	0.2	0.3	0.15	

Sada primenjujemo otežanu sumu:

$$v(A) = 0.455 * 0.35 + 1 * 0.2 + 0.571 * 0.3 + 0.8 * 0.15 = 0.6505$$

$$v(B) = 0.385 * 0.35 + 0.333 * 0.2 + 1 * 0.3 + 0.6 * 0.15 = 0.5913$$

$$v(C) = 0.625 * 0.35 + 0 * 0.2 + 0.571 * 0.3 + 0.8 * 0.15 = 0.5102$$

$$v(D) = 1 * 0.35 + 0.667 * 0.2 + 0.1 * 0.3 + 0.6 * 0.15 = 0.6033$$

$$v(E) = 0.625 * 0.35 + 0.333 * 0.2 + 0.2 * 0.3 + 1 * 0.15 = 0.4954$$

Prednost JAT metode je što dozvoljava da se određene lošije vrednosti nekih kriterijuma kompenzuju dosta boljim vrednostima u drugim kriterijumima, tako da ukupan zbir bude što veći. To ujedno predstavlja i problem, jer može previše da kompenzuje loše kriterijume, tj. da „pobedi“ alternativa sa dobrim zbirom, ali sa nekim kriterijumima koji su neprihvatljivo loši. Stoga se često koriste kao pomoć MAXIMIN i MAXIMAX metode.

MAXIMIN (pesimistička) metoda:

Nad sređenom matricom (nakon invertovanja i normalizacije) vrši se izbor najniže vrednosti za alternativu.

Primer:

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max	MAXIMIN
A	0.455	1	0.571	0.8	0.455
B	0.385	0.333	1	0.6	0.333
C	0.625	0	0.571	0.8	0
D	1	0.667	0.1	0.6	0.1
E	0.625	0.333	0.2	1	0.2

Ovom metodom prikazujemo samo najnižu vrednost koju DO može da očekuje od alternative, tj. zanemarujemo dobre vrednosti.

Ova metoda će istaći kao najbolje one alternative čije su i najlošije osobine prihvatljive. Alternative sa barem jednom ekstremno lošom osobinom, bez obzira na druge dobre osobine, će dobiti slabu ocenu kod ove metode.

MAXIMAX (optimistička) metoda:

Nad sređenom matricom (nakon invertovanja i normalizacije) vrši se izbor najveće vrednosti za alternativu.

Primer:

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max	MAXIMAX
A	0.455	1	0.571	0.8	1
B	0.385	0.333	1	0.6	1
C	0.625	0	0.571	0.8	0.8
D	1	0.667	0.1	0.6	1
E	0.625	0.333	0.2	1	1

Ovom metodom prikazujemo samo najbolju vrednost koju DO može da očekuje od alternative, tj. zanemarujemo loše vrednosti.

Za razliku od MAXIMIN metode, ova metoda će preferirati one alternative koje imaju barem jednu osobinu koja je ekstremno dobra (tj. bolja od ostalih alternativa).

Predstavljeni postupak korišćenja MAXIMIN i MAXIMAX metoda, ne uključuje važnosti kriterijuma (pondera, težine). To znači da se pri ovakvom postupku smatra da su svi kriterijumi podjednako važni odnosno da DO ne želi da izabere ekstremno lošu alternativu (u slučaju MAXIMIN), čak iako je ona ekstremno loša po kriterijumu koji nije mnogo važan. Obrnuto DO želi da odabere ekstremno dobru alternativu (u slučaju MAXIMAX) čak iako kriterijum po kome je ona ekstremno dobra nije mnogo važan.

Da bismo u analizu uključili i važnosti kriterijuma, potrebno je normalizovanu i invertovanu tabelu odlučivanja otežati tj. pomnožiti svaku vrednost sa težinom (ponderom) odgovarajućeg kriterijuma). U tom slučaju sprovođenje MAXIMIN metode je opisano u tabeli ispod:

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max	MAXIMIN
A	0.159	0.2	0.171	0.12	0.12
B	0.134	0.07	0.3	0.09	0.07
C	0.218	0	0.171	0.12	0
D	0.35	0.133	0.03	0.09	0.03
E	0.218	0.067	0.06	0.15	0.06

Postupak sprovođenja MAXIMAX metode nad otežanom Tabelom odlučivanja prikazan je u sledećoj tabeli:

	Cena (eur) max	Internet max	Udaljenost od grada (km) max	Čistoća max	MAXIMIN
A	0.159	0.2	0.171	0.12	0.2
B	0.134	0.07	0.3	0.09	0.3
C	0.218	0	0.171	0.12	0.218
D	0.35	0.133	0.03	0.09	0.35
E	0.218	0.067	0.06	0.15	0.218

Ukoliko se rezultati JAT, MAXIMAX i MAXIMIN poklope (alternativa je izabrana od sve tri metode) onda je rešenje sigurno dobro. Ukoliko to nije slučaj, pomoću MAXIMIN i MAXIMAX metode možemo dobiti signal da alternativa ima neku jako lošu osobinu, ili da se pozitivno ističe po barem jednoj osobini.

Takođe je bitan i koncept *dominiranosti i dominantnosti*. Za alternativu kažemo da je dominirana ukoliko postoji druga alternativa koja je po svakom kriterijumu podjednako dobra ili bolja od dominirane alternative. Takve dominirane alternative su objektivno lošije i ne postoje nijedne preferencije donosioca odluke (niti metoda) pod kojim bi dominirana alternativa bila najbolja. To znači da na početku procesa odlučivanja treba identifikovati dominirane alternative i izbaciti ih iz daljeg razmatranja.

Primer:

Zamislimo da je u početnoj matrici odlučivanja za alternativu C vrednost za kriterijum udaljenost od grada vrednost 2, onda bi ta alternativa bila dominirana od strane alternative E. U tom slučaju alternativu C možemo izbaciti iz daljeg razmatranja.

	Cena (eur) min	Internet max	Udaljenost od grada (km) min	Čistoća max
A	55	Besplatan u sobi (3)	0.7	4
B	65	Plaća se (1)	0.4	3
C	40	Nema (0)	2	4
D	25	Besplatan u hodniku (2)	4	3
E	40	Plaća se (1)	2	5

Za alternativu kažemo da je dominantna ukoliko je bolja ili jednaka po svim kriterijumima u odnosu na sve ostale alternative (dovoljno je da po jednom kriterijumu bude bolja ukoliko je po ostalim kriterijumima jednaka). U slučaju postojanja dominantne alternative, proces odlučivanja se i ne sprovodi, jer je ta alternativa objektivno bolja od ostalih.

Primer:

Ukoliko bi cena sobe alternative A bila 25, udaljenost od grada 0.4 i čistoća 5, tada bi alternativa A bila dominantna alternativa. U ovom slučaju Alternativa A je najbolja po kriterijumu Internet (besplatan u sobi), podjednako je dobra u odnosu na alternativu C (a bolja od svih ostalih) po kriterijumu Cena (25), a slično važi i za kriterijume Udaljenost od grada i Čistoća.

	Cena (eur) min	Internet max	Udaljenost od grada (km) min	Čistoća max
A	25	Besplatan u sobi (3)	0.4	5
B	65	Plaća se (1)	0.4	3
C	40	Nema (0)	0.7	4
D	25	Besplatan u hodniku (2)	4	3
E	40	Plaća se (1)	2	5