

Zadatak za pripremu I kolokvijuma

Na tender za izgradnju stanova javilo se nekoliko ponuđača, sa sledećim karakteristikama:

	Brzina [zgrada/god] (max)	Kvalitet [1-10] (max)	Cena [mil. Rsd] (min)	RS Radnici [%] (max)	Pouzdanost [1-5] (max)
sBrda	3	7	80	50	5
Mrka	6	4	60	20	3
Blok70	2	8	80	70	3
naVodi	1	10	100	90	5
Z	7	8	80	30	1

1. Kako bi što preciznije odredio važnost kriterijuma, DO je koristio matricu procene:

	Brzina	Kvalitet	Cena	RS Radnici	Pouzdanost
Brzina		2	(2)	(2)	6
Kvalitet			(5)	1	5
Cena				2	3
RS Radnici					2
Pouzdanost					

2. Kako je brzina gradnje kriterijum od velikog značaja za DO, želeo je da što preciznije izrazi vrednosti, te je zadao sledeću matricu procene:

	sBrda	Mrka	Blok70	naVodi	Z
sBrda					
Mrka	5				
Blok70	(2)	(6)			
naVodi	2	(4)	4		
Z	1	(3)	2	1	

Zbog posebne važnosti kriterijuma, DO želi da bude uveren da je matrica konzistentno popunjena. Izračunati potrebne pokazatelje i prokomentarisati zaključak.

3. Sa druge strane, zakonska regulativa zahtevala je da se kvalitet gradnje oceni na skali od 1-10. DO, međutim, smatra da ovim pristupom nisu dovoljno dobro oslikane njegove preferencije. Stoga je zadao granice indiferencije i preferencije za taj kriterijum:

m (indiff.)	0
n (pref.)	3

4. Kako je cena veličina koja je najpodložnija riziku, a uz to je, prema važećoj zakonskoj regulativi i najvažniji kriterijum, DO je želeo da iznese svoj stav da je spreman da plati 35 n.j. stabilnu cenu, u odnosu na ponuđeni rizik da plati 0 ili 100 n.j. sa verovatnoćama po 50%. Potrebno je transformisati iznose cena u percipiranu korisnost DO, korišćenjem eksponencijalnog oblika funkcije korisnosti. Dodatno, analizirati i odnos DO prema riziku (koristeći izvode funkcije korisnosti). Najzad, nacrtati stablo odlučivanja koje ilustruje standardnu tehniku kockanja iz ovog primera.
5. Na kraju, DO želi da sazna ukupno (u zbiru) najbolje rešenje, kao i rešenja sa najboljom i najlošijom osobinom.
6. Potrebno je pomiriti rešenja iz prethodnog koraka, ako grupa eksperata koja donosi odluku:

- a. Želi dati prednost ukupno dobrom rešenju (veruje mu se sa 90% sigurnosti). Ekstremno loša vrednost je, stoga, zanemarljiva za grupu, dok su ekstremno dobre vrednosti u potpunosti nevažne. Grupa smatra da može postići konsenzus.

Proveriti stabilnost odluke (da li prvorangirana alternativa ima dovoljnu prednost, kao i da li ima dovoljno čvrstu poziciju)

- b. Ne može da postigne konsenzus, te je potrebno da predsednik radne grupe, koji ima pravo veta, bude siguran u odluku. On smatra da veću važnost (60%) treba dati metodi koja sagledava najlošije osobine alternative, kako se ne bi potkrao važan nedostatak, u odnosu na ukupno najbolje rešenje.

Proveriti stabilnost odluke (da li prvorangirana alternativa ima dovoljnu prednost, kao i da li ima dovoljno čvrstu poziciju)

7. Na kraju, potrebno je grafički predstaviti prostor alternativa u dve dimenzije i odrediti najbolju alternativu, ako su poznate sledeće veličine:

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
0,5186	0,1746	0,0488	0,0175	0,0000

	GK1	GK2	GK3	GK4	GK5
Brzina	0,4237	-0,4437	0,7758	-0,1233	-0,0811
Kvalitet	-0,4679	0,2268	0,4167	-0,2612	0,6984
Cena	0,4782	-0,1294	-0,1819	0,5254	0,6674
RS Radnici	-0,5317	-0,1985	0,2785	0,7546	-0,1757
Pouzdanost	-0,3003	-0,8340	-0,3375	-0,2666	0,1713

Objasniti koja je alternativa najbolja, i obrazložiti rešenje.

Rešenje zadatka:

1. Za izračunavanje pondera koristi se AHP metoda. Potrebno je do kraja popuniti matricu procene i normalizovati je L1 normom (suma kolone):

	Brzina	Kvalitet	Cena	RS Radnici	Pouzdanost
Brzina	1	2	0,5	0,5	6
Kvalitet	0,5	1	0,2	1	5
Cena	2	5	1	2	3
RS Radnici	2	1	0,5	1	2
Pouzdanost	0,167	0,2	0,333	0,5	1
SUMA:	5,667	9,2	2,533	5	17

Potom, izračunava se prosečna vrednost reda, koja daje pondere:

	Brzina	Kvalitet	Cena	RS Radnici	Pouzdanost	AVG
Brzina	0,176	0,217	0,197	0,100	0,353	0,187
Kvalitet	0,088	0,109	0,079	0,200	0,294	0,171
Cena	0,353	0,543	0,395	0,400	0,176	0,381
RS Radnici	0,353	0,109	0,197	0,200	0,118	0,192
Pouzdanost	0,029	0,022	0,132	0,100	0,059	0,068

2. Da bi se dobile nove vrednosti kriterijuma „Brzina gradnje“ potrebno je koristiti AHP metodu. Postupak je isti kao u prethodnom koraku, s tom razlikom da se rešenja koja se dobiju, predstavljaju nove vrednosti kriterijuma. Novodobijene vrednosti se prenose u polaznu matricu odlučivanja.

(normaliz)	sBrda	Mrka	Blok70	naVodi	Z	AVG
sBrda	0,105	0,103	0,133	0,074	0,154	0,114
Mrka	0,526	0,513	0,400	0,593	0,462	0,499
Blok70	0,053	0,085	0,067	0,037	0,077	0,064
naVodi	0,211	0,128	0,267	0,148	0,154	0,181
Z	0,105	0,171	0,133	0,148	0,154	0,142

Da bi se proverilo koliko je DO bio konzistentan u popunjavanju matrice, potrebno je izračunati:

	λ
sBrda	5,044
Mrka	5,220
Blok70	5,024
naVodi	5,130
Z	5,139

Iz tabele, $\lambda_{max} = 5,220$; $CI = 0,055$; $RI = 1,12$; Konačno, koeficijent inkonzistentnosti $CR = 0,049 < 0,1$; zaključujemo da je DO bio konzistentan u popunjavanju matrice procene.

3. Da bi se bolje odredile preferencije DO prema kriterijumu „Kvalitet gradnje“, koristimo metodu PROMETHEE. Poredimo alternative po parovima, primenjujući funkciju preferencije zadatu parametrima iz postavke zadatka; zatim, računamo preferenciju, za svaki par alternativa, i unosimo je u tabelu tokova. Konačno, računamo pozitivan, negativan, i čist tok preferencije:

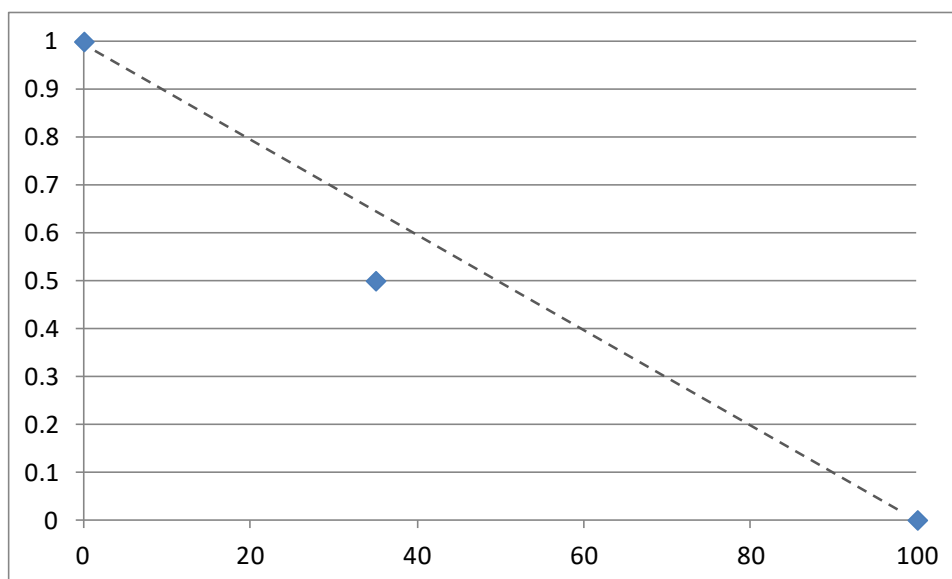
(i,j)	sBrda	Mrka	Blok70	naVodi	Z	T+	T
sBrda		1,000	0,000	0,000	0,000	0,250	-0,167
Mrka	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000	-1,000
Blok70	0,333	1,000		0,000	0,000	0,333	0,167
naVodi	1,000	1,000	0,667		0,667	0,833	0,833
Z	0,333	1,000	0,000	0,000		0,333	0,167
T-	0,417	1,000	0,167	0,000	0,167		

Na kraju, vrednosti čistog toka preferencije postaju nove vrednosti posmatranog kriterijuma. Ove vrednosti prenose se u polaznu tabelu odlučivanja.

4. Na osnovu iskazane tačke indiferencije, može se izvesti sledeća tačka na funkciji korisnosti:

$$K(35) = K(0) \cdot 0,5 + K(100) \cdot 0,5 = 1 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,5 = 0,5$$

Grafički, vidimo da DO pokazuje sklonost prema riziku, jer je korisnost ispod očekivane koristi (od kockanja).



Ovo se može videti i iz toga što je tačka indiferencije $k_i = 35 < 100/2 = 50$

S obzirom da se radi o sklonosti ka riziku, kao i opadajućoj funkciji korisnosti, korišćićemo ekponencijalni oblik funkcije:

$$K(x) = e^{-\alpha x/100}$$

za šta parametar α možemo izračunati kao:

$$\alpha = -\ln(0.5) \cdot \frac{100}{35} = 1.98$$

Vrednosti cena, stoga, možemo transformisati u:

Cena	K(Cena)
80	0,205
60	0,305
80	0,205
100	0,138
80	0,205

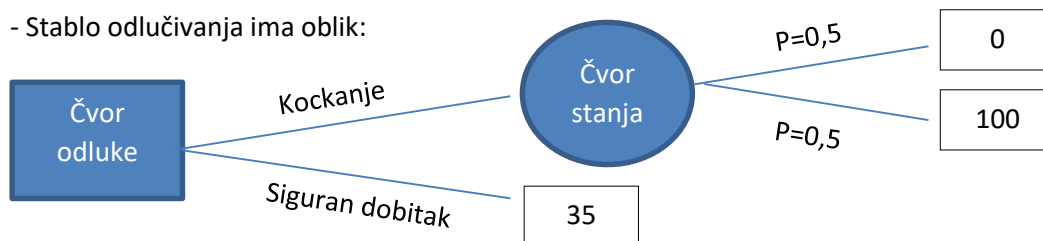
Važno je napomenuti da je postupkom računanja korisnosti invertovana polazna orijentacija atributa, te je, posle zamene starih vrednostima novim, kriterijum postao tipa maksimizacije.

Dajemo rešenja dodatnih zahteva:

Prvi izvod: $K(x)' = (e^{-\frac{\alpha x}{100}})' = -\frac{\alpha e^{-\frac{\alpha x}{100}}}{100} < 0 \Rightarrow$ Funkcija korisnosti je tipa minimizacije

Drugi izvod: $K(x)'' = (e^{-\frac{\alpha x}{100}})'' = \frac{\alpha^2 e^{-\frac{\alpha x}{100}}}{10000} > 0 \Rightarrow$ DO je sklon riziku

- Stablo odlučivanja ima oblik:



5. Kada smo dobili konačnu matricu procene, potrebno je da je normalizujemo IKOR-normom (s obzirom da kolona dobijena PROMETHEE metodom ima negativne vrednosti).

Matrica odlučivanja nakon sprovedenih prethodnih koraka ima oblik dat ispod (prikazane su i vrednosti potrebne za računanje IKOR norme):

	Brzina	Kvalitet	Cena	RS Radnici	Pouzdanost
sBrda	0,114	-0,167	0,205	50	5
Mrka	0,499	-1,000	0,305	20	3
Blok70	0,064	0,167	0,205	70	3
naVodi	0,181	0,833	0,138	90	5
Z	0,142	0,167	0,205	30	1
MAX	0,499	0,833	0,305	90	5
MIN	0,064	-1,000	0,138	20	1
MAX-MIN	0,435	1,833	0,167	70	4
Ponderi:	0,187	0,171	0,381	0,192	0,068

Nakon normalizovanja IKOR-normom, imamo sledeću situaciju:

	Brzina	Kvalitet	Cena	RS Radnici	Pouzdanost
sBrda	0,115	0,455	0,401	0,429	1,000
Mrka	1,000	0,000	1,000	0,000	0,500
Blok70	0,000	0,636	0,401	0,714	0,500
naVodi	0,271	1,000	0,000	1,000	1,000
Z	0,181	0,636	0,401	0,143	0,000
Ponderi:	0,187	0,171	0,381	0,192	0,068

Otežavamo tabelu i dobijamo:

	Brzina	Kvalitet	Cena	RS Radnici	Pouzdanost
sBrda	0,022	0,078	0,153	0,082	0,068
Mrka	0,187	0,000	0,381	0,000	0,034
Blok70	0,000	0,109	0,153	0,137	0,034
naVodi	0,051	0,171	0,000	0,192	0,068
Z	0,034	0,109	0,153	0,027	0,000

	JAT	MAXIMIN	MAXMAX
	0,403	0,022	0,153
	0,602	0,000	0,381
	0,433	0,000	0,153
	0,483	0,000	0,192
	0,323	0,000	0,153

6. Potrebno je pomiriti metode JAT i MAXIMIN, koristeći IKOR metodu:

- a. Naći rešenje $Q(V=0,9)$. Parametri: $V=0,9$; $S=0,9 \Rightarrow R=1-S=0,1$. Sprovodimo IKOR metodu, dajući težinu od 0,9 JAT metodi, a MAXIMIN-u 0,1. Normalizujemo vrednosti iz prethodne tabele koristeći IKOR-normu, i računamo otežanu sumu:

	JAT	MAXIMIN	Q (v=0,9)	rang
sBrda	0,286	1,000	0,358	3
Mrka	1,000	0,000	0,900	1
Blok70	0,395	0,000	0,356	4
naVodi	0,572	0,000	0,514	2
Z	0,000	0,000	0,000	5
	0,9	0,1		

Zaključujemo da je, kada je načinjen kompromis među metodama, najbolja alternativa Mrka.

Međutim, potrebno je proveriti stabilnost rešenja. Da bi rešenje bilo stabilno, ono mora ispuniti uslov da prvorangirana alternativa ima dovoljnu prednost, kao i da ima dovoljno čvrstu poziciju.

Proveravamo prvi uslov:

$$DQ = 0,25$$

Računamo $Q(a') - Q(a'') \Rightarrow 0,9 - 0,514 = 0,386$ što je veće ili jednako od DQ , odnosno $0,25$. Stoga zaključujemo da alternativa ima dovoljnu prednost.

Proveravamo drugi uslov:

	Q(v=0,25)	Q(v=0,75)	Q(v=0)	Q(v=1)
sBrda	0,822	0,465	1,000	0,286
Mrka	0,250	0,750	0,000	1,000
Blok70	0,099	0,297	0,000	0,395
naVodi	0,143	0,429	0,000	0,572
Z	0,000	0,000	0,000	0,000

Kako prvorangirana alternativa, Mrka, ispunjava barem jedan uslov, tj. ostaje prvorangirana za $Q(v=1)$ i za $Q(v=0,75)$, zaključujemo da ona ima dovoljno čvrstu poziciju. Rešenje je, stoga, stabilno.

b. U slučaju izmenjene situacije u grupi, imamo sledeće parametre:

$V=0,4$; $S=0,4 \Rightarrow R=1-S=0,6$. Sprovodimo IKOR metodu, dajući težinu od $0,4$ JAT metodi, a MAXIMIN-u $0,6$. Normalizujemo vrednosti iz prethodne tabele koristeći IKOR-normu, i računamo otežanu sumu:

	JAT	MAXIMIN	Q (v=0,4)	rang
sBrda	0,286	1,000	0,715	1
Mrka	1,000	0,000	0,400	2
Blok70	0,395	0,000	0,158	4
naVodi	0,572	0,000	0,229	3
Z	0,000	0,000	0,000	5
	0,4	0,6		

U ovom slučaju, prvorangirana alternativa je sBrda, jer ima najveću otežanu sumu. Proveravamo stabilnost rešenja:

Provera uslova dovoljne prednosti:

$$DQ = 0,25$$

Računamo $Q(a') - Q(a'') \Rightarrow 0,715 - 0,400 = 0,315$ što je veće ili jednako od DQ , odnosno $0,25$. Stoga zaključujemo da alternativa ima dovoljnu prednost.

Provera uslova dovoljno čvrste pozicije:

	Q(v=0,25)	Q(v=0,75)	Q(v=1)	Q(v=0)
sBrda	0,822	0,465	1,000	0,286
Mrka	0,250	0,750	0,000	1,000
Blok70	0,099	0,297	0,000	0,395
naVodi	0,143	0,429	0,000	0,572
Z	0,000	0,000	0,000	0,000

Kako prvorangirana alternativa, sBrda, ispunjava barem jedan uslov, tj. ostaje prvorangirana za Q(v=1), zaključujemo da ona ima dovoljno čvrstu poziciju. Rešenje je stoga stabilno.

7. Potrebno je napraviti GAIA ravan, projektujući alternative i težine kriterijuma (iz konačne matrice date u pod problemu 5) na prve dve glavne komponente, date tabelom u postavci zadatka. Za detaljan postupak konsultovati skriptu sa vežbi.

Ponavljamo normalizovanu matricu odlučivanja:

	Brzina [K1]	Kvalitet [K2]	Cena [K3]	RS Radnici [K4]	Pouzdanost [K5]
sBrda [A1]	0,115	0,455	0,401	0,429	1,000
Mrka [A2]	1,000	0,000	1,000	0,000	0,500
Blok70 [A3]	0,000	0,636	0,401	0,714	0,500
naVodi [A4]	0,271	1,000	0,000	1,000	1,000
Z [A5]	0,181	0,636	0,401	0,143	0,000
Ponderi [W]:	0,187	0,171	0,381	0,192	0,068

Nakon projektovanja podataka na prve dve glavne komponente, imamo:

W	0,0584	-0,1885	OK
	GK1	GK2	
sBrda	-0,5009	-0,9197	0,1508
Mrka	0,7518	-0,9914	0,2538
Blok70	-0,6359	-0,4676	0,0497
naVodi	-1,1852	-0,9271	0,1039
Z	0,0268	-0,0174	0,0054

Zaključujemo da je najbolja alternativa Mrka, jer ima najveću projekciju na vektor težine. U tabeli je ta projekcija prikazana u koloni OK (Očekivana korist).

Grafik:

