



**Факултет организационих наука
Центар за пословно одлучивање**

Напредно структурирање проблема одлучивања

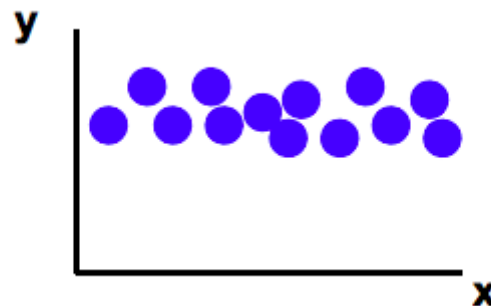
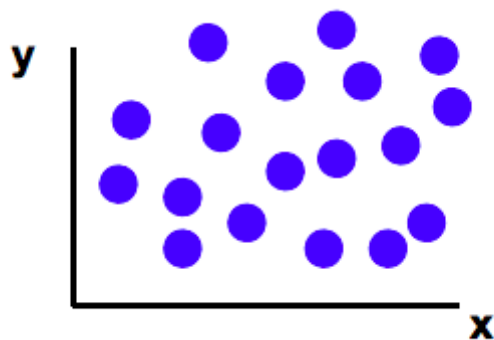
Садржај предавања

- Мерење зависности међу атрибутима
 - Корелација, коваријанса, регресија
- Ручно структурирање атрибута
 - Хијерархија атрибута
- Аутоматско структурирање атрибута
 - Главне компоненте

Коваријанса

- Описује заједнички варијабилитет између атрибута

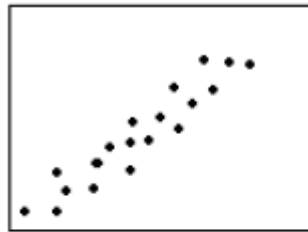
$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



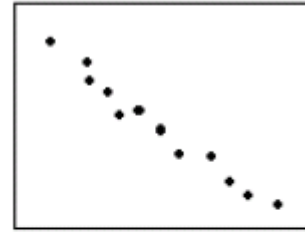
- Ако је $x=y$, шта представља

Коваријанса

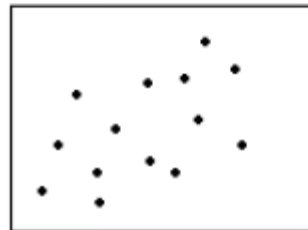
$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



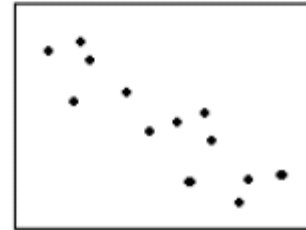
Strong Positive



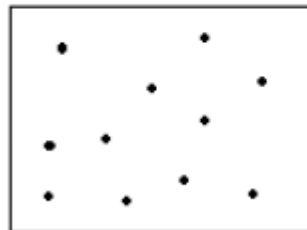
Strong Negative



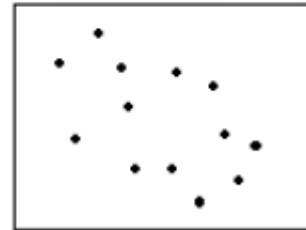
Weak Positive



Moderate Negative



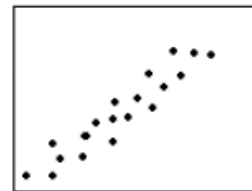
None



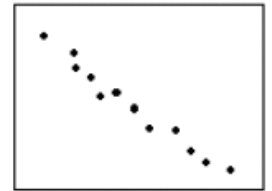
Weak Negative

Коваријанса

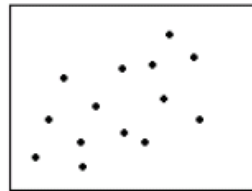
- Пример: коваријанса између сати учења и плате
 - $\text{cov} = 7952$
- Која је јединица мере?



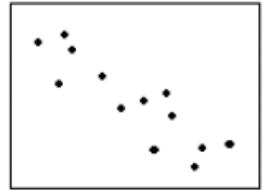
Strong Positive



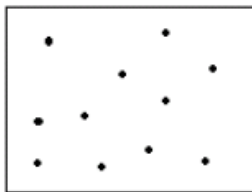
Strong Negative



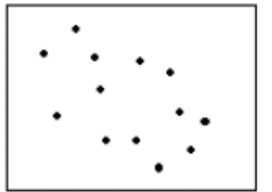
Weak Positive



Moderate Negative



None



Weak Negative

Регресија

(случај две променљиве)

- Описује како јединична промена једног атрибута утиче на промену другог
- Добија се када се коваријанса подели са варијанском узрочне променљиве

$$\beta = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)}$$

- Промена плате за додатни сат учења
– варијанса за сате учења је: 20,4

Корелација

- Представља меру која показује јачину и смер заједничког варирања две променљиве.
- Вредности се крећу у интервалу -1 до 1
- Представља „нормализовану“ коваријансу

$$\text{corr}(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{stdev}(x) \cdot \text{stdev}(y)}$$

- Јединица мере?

Атрибути код ВАО

- Негативне корелације:
 - одраз природно супротстављених критеријума (цена и величина стана)
- Позитивне корелације:
 - одраз јединственог фактора (величина кухиње и величина дневне собе)
- Високо корелисани критеријуми су проблем!
 - дуплирају утицај истог фактора
 - отежавају ДО да реално оцени важности критеријума

Задатак 1

- Испитати зависности које постоје међу атрибутима у табели одлучивања преко корелације, коваријансе и регресије?
- Да ли постоје атрибути који су кандидати за уклањање/спајање?

Табела одлучивања

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
	0.35	0.2	0.3	0.15
	min	max	min	max
A	55	3	0.7	4
B	65	1	0.4	3
C	40	0	0.7	4
D	25	2	4	3
E	40	1	2	5

Задатак на предавању: Израчунати коваријансу за пар (цена, удаљеност)

Решење

- Матрица коваријансе

Kovarijansa	Cena	Internet	Udaljenost	Cistoca
Cena	190	1	-15.7	-1
Internet	1	1.04	0.316	-0.12
Udaljenost	-15.7	0.316	1.7944	-0.168
Cistoca	-1	-0.12	-0.168	0.56

Решење

- Матрица регресије

Regresija	Cena	Internet	Udaljenost	Cistoca
Cena		0.01	-0.08	-0.01
Internet	0.96		0.30	-0.12
Udaljenost	-8.75	0.18		-0.09
Cistoca	-1.79	-0.21	-0.30	

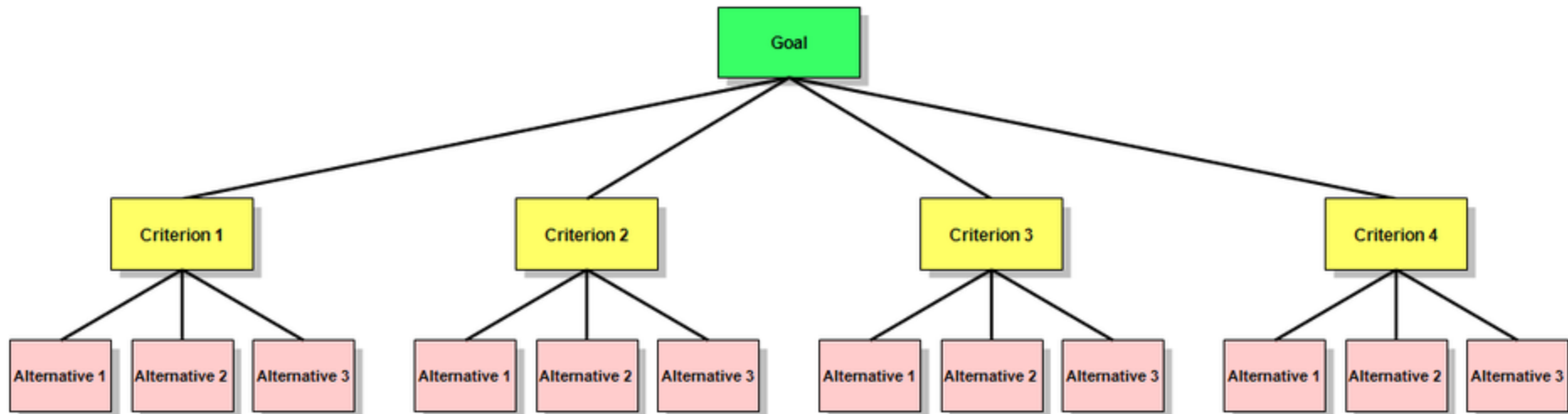
Решење

- Матрица корелације

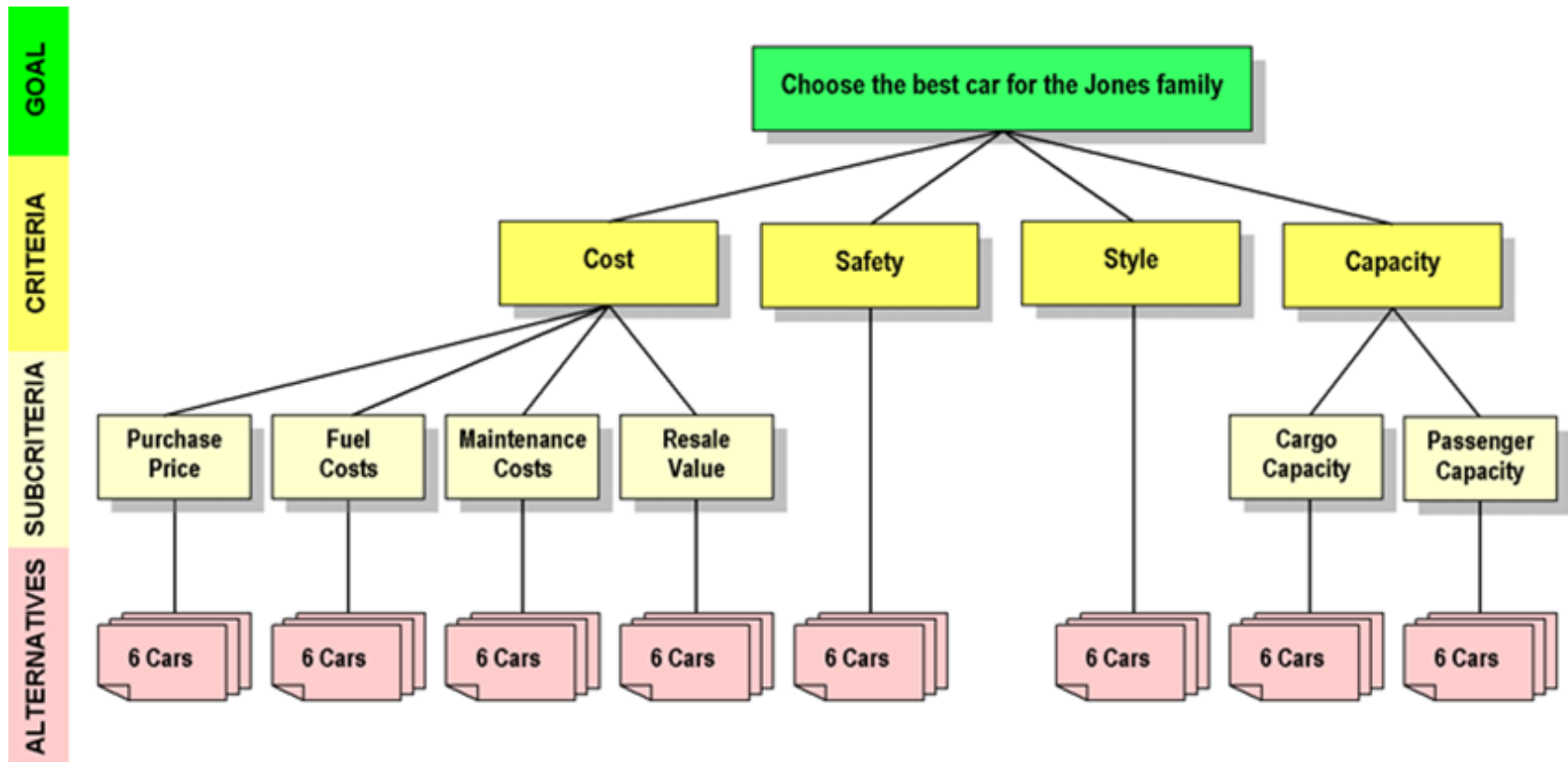
Korelacija	Cena	Internet	Udaljenost	Cistoca
Cena		0.07	-0.85	-0.10
Internet	0.07		0.23	-0.16
Udaljenost	-0.85	0.23		-0.17
Cistoca	-0.10	-0.16	-0.17	

Структурирање проблема одлучивања

- Проблем одлучивања



Пример хијерархије атрибута



Хијерархије критеријума

- Смањују укупан потребан број процена
 - колико поређења парова за добијање пондера у предходном примеру?
- Помажу смањењу редундансе / корелисаности
 - критеријуми једног „фактора“ груписани
- Повећавају разумљивост модела, када има већи број критеријума
- Омогућавају да се експерти у групи поделе по аспектима одлучивања

Задатак 2

- За табелу одлучивања дату у прилогу одредити најбољу алтернативу.

Табела одлучивања

0.35			0.2	0.3	0.15
Cena			Internet	Udaljenost	Cistoca
min			max	min	max
Soba	Internet	Kafa			
55	2	3	3	0.7	4
65	3	4	1	0.4	3
40	0	2.5	0	0.7	4
25	0	3	2	4	3
40	3	3	1	2	5

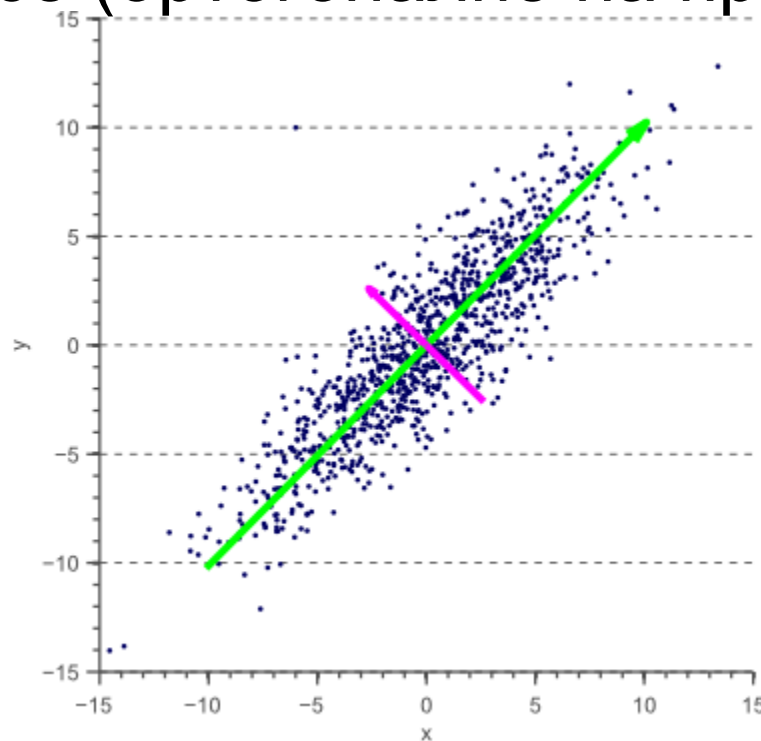
- Потребно дефинисати тежине за подкритеријуме на нижим нивоима хијерархије
- Интегрисање тежина по хијерархијама.

Аутоматско груписање атрибута

- Анализа главних компоненти.
- Коришћена код АХП
 - Оцена конзистентности матрице процене
- Коришћена код методе PROMETHEE
 - ГАИА (GAIA - Graphical Analysis for Interactive Aid) раван

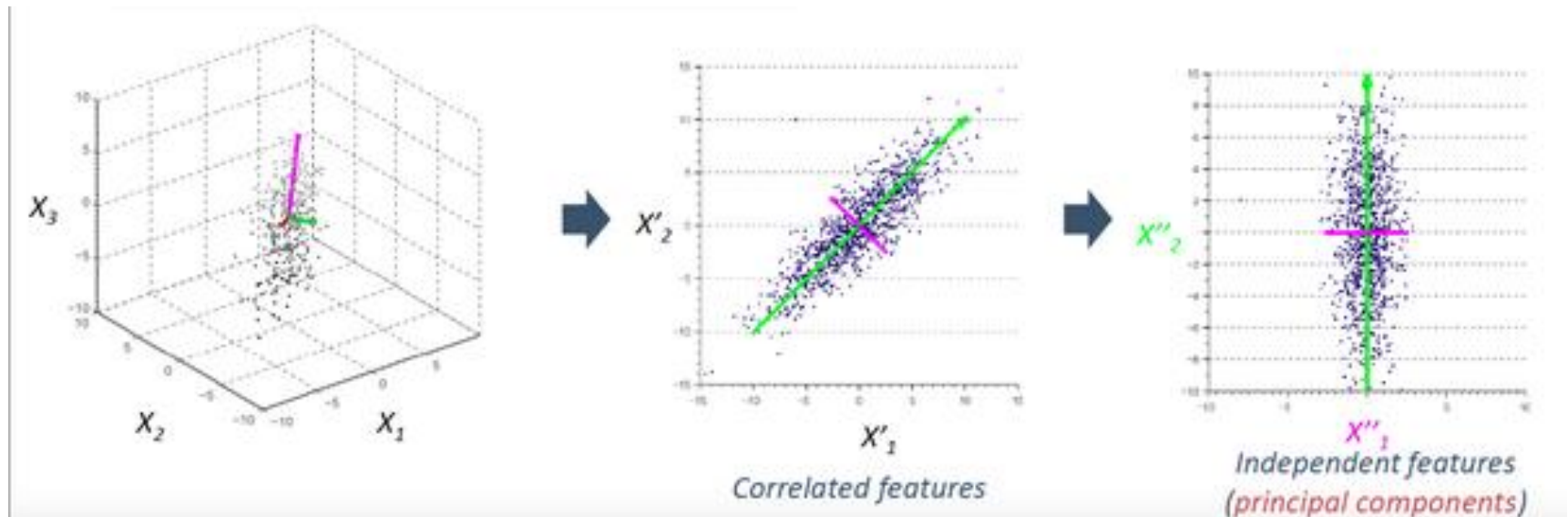
Анализа главних компоненти

- На основу матрице коваријансе
 - Проналажење правца највеће варијансе
 - Проналажење другог правца преостале варијансе (ортогоналне на прву компоненту)



Анализа главних компоненти

- Ротација и пројекција почетних атрибута у изведене атрибуте (компоненте, факторе)



Анализа главних компоненти

$$w \cdot x$$

$$\max w^* = \max_w w' \Sigma w$$

$$(\Sigma - \lambda I)w = 0$$

$$\det(\Sigma - \lambda I) = 0$$

$$\Sigma \cdot w = \lambda \cdot w$$

Анализа главних компоненти

- Главне компоненте су међусобно некорелисане
 - Пожељна особина
- Главне компоненте откривају потенцијално нове особине (факторе) алтернатива из постојећих критеријума
 - Пожељна особина

Анализа главних компоненти

- Главне компоненте потенцијално смањују димензионалност атрибута
 - Пожељна особина
- Немају могућност хијерархијског уређења
 - Негативна особина
- Откривене компоненте претпостављају линеарну зависност међу критеријума
 - Не функционише увек

Задатак 4: Анализа главних КОМПОНЕНТИ

- Урадити анализу главних компонената
- Одредити број компоненти који бисте користили у новом решењу
- Покушајте да опишете компоненте

Табела одлучивања

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
	0.35	0.2	0.3	0.15
	min	max	min	max
A	55	3	0.7	4
B	65	1	0.4	3
C	40	0	0.7	4
D	25	2	4	3
E	40	1	2	5

Решење

	v1	v3	v4	v2
Sopstvene vrednosti	0.18556	0.13307	0.03778	0.00019
Procenat varijanse	52.04%	37.32%	10.59%	0.05%
Kumulativni procenat varijanse	52.04%	89.36%	99.95%	100%

Sopstveni vektori	v1	v2	v3	v4
Cena	-0.426	-0.66374	0.30187	0.53558
Internet	-0.49968	-0.10516	-0.85869	-0.04377
Udaljenost od grada	0.75273	-0.48086	-0.3905	0.22289
Čistoća	-0.04735	-0.56317	0.13798	-0.81336

“Центар града пре свега”

“Однос цене и квалитета услуге”

Matrica odlučivanja u prostoru glavnih komponenti	GK1	GKK2
A1	-0.30158	-0.83393
A2	0.39392	-0.47743
A3	0.12569	0.07608
A4	-0.71242	-0.22713
A5	-0.32944	-0.03739

Следећи пут

- Следеће предавање: Вишеатрибутивно одлучивање преко категорија, уместо бројева као до сада.