



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Теорија одлучивања

Анализа одлучивања

Циљеви предавања

- Извесност, неизвесност, ризик.
- Атрибути који подлежу одређеној расподели вероватноћа.
- Плаћање и жаљење.
- Интеграција нових услова у расподелу вероватноћа атрибута.

Дефиниција

Анализа одлучивања (АО) је област унутар ТО која омогућава управљање атрибутима који подлежу одређеној расподели, као и интеграција нових услова (знања) која утичу на расподелу вероватноћа атрибута.

Процес анализе одлучивања

1. Структурирање проблема
2. Анализа ризика стања атрибута
3. Анализа корисности алтернатива
4. Избор најприхватљивије алтернативе
5. Евалуација решења

Врсте АО

- АО при извесности
- АО при ризику
 - АО без узорковања
 - АО без *a priori* вероватноћа
 - АО са *a priori* вероватноћама
 - АО са узорковањем
- АО при неизвесности

АО при извесности

	S1
A1	E11
A2	E12
A3	E13
A4	E14

	S1
A1	100
A2	200
A3	300
A4	400

Тривијалан проблем. Своди се на проблем избора најприхватљивијег решења.

АО при ризику

- Шта је ризик?
- Користи се:
 - АО без узорковања
 - АО без априори вероватноћа
 - АО са априори вероватноћама
 - АО са узорковањем

АО без узорковања (АО без априори вероватноћа)

- Проблем новогодишње јелке(страна 78)
 - Набавна цена: 15\$
 - Продајна цена: 40 \$
 - Преостале јелке се продају по 5\$
 - Из искуства се зна да је могуће да се десе стања продаје [8,12]

Табела ефикасности (плаћања или жаљења)

	S1	S2	S3	S4	S5
A1					
A2					
A3					
A4					
A5					

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300

АО без узорковања (АО без априори вероватноћа)

- MAXIMIN или MINIMAX
- MAXIMAX
- Критеријум максималне веродостојности
- Laplace критеријум

MAXIMIN

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300

MAXIMIN
200
190
180
170
160

Критеријум опреза, има реалне примене.

MINIMAX

- Поред табеле плаћања, постоји и табела жаљења.
- Шта је жаљење и како се добија?
 - По свим стањима природе одреди се највећа могућа плаћања. Од тих највећих плаћања се одузму сва остала плаћања одг. стања.
 - Жаљење је пропуштена прилика, опортунитетни трошак.

MINIMAX

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	0	25	50	75	100
A2 (N=9)	10	0	25	50	75
A3 (N=10)	20	10	0	25	50
A4 (N=11)	30	20	10	0	25
A5 (N=12)	40	30	20	10	0

MINIMAX
100
75
50
30
40

MAXIMAX

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)	MAXIMAX
A1 (N=8)	200	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300	300

Критеријум коцкања, не може да доведе у реалним ситуацијама до добити за ДО.

Критеријум максималне веродостојности

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300

ДО: Највероватније ће се одиграти стање S4.

Лексикографски принцип

Лапласов критеријум

- Код Лапласа су сви критеријуми подједнако важни, па је $V(S_n) = 1/n$

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300

Laplace
200
218
229
233
230

$$V(S_n) = 0.2$$

АО без узорковања (АО са априори вероватноћама)

- Критеријум ОНВ
- Критеријум ОЖ

ОНВ (случај плаћања)

- Дате су вероватноће одигравања стања
[0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1]

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)
A1 (N=8)	200	200	200	200	200
A2 (N=9)	190	225	225	225	225
A3 (N=10)	180	215	250	250	250
A4 (N=11)	170	205	240	275	275
A5 (N=12)	160	195	230	265	300

ОНВ
200
221.5
236
240
233.5

ОЖ (случај жаљења)

- Дате су вероватноће одигравања стања
[0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1]

	S1 (P=8)	S2 (P=9)	S3 (P=10)	S4 (P=11)	S5 (P=12)	ОЖ
A1 (N=8)	0	25	50	75	100	52.5
A2 (N=9)	10	0	25	50	75	31
A3 (N=10)	20	10	0	25	50	16.5
A4 (N=11)	30	20	10	0	25	12.5
A5 (N=12)	40	30	20	10	0	19

Задатак ВАО

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
	min	max	min	max
A	55	3	0.7	4
B	65	1	0.4	3
C	40	0	0.7	4
D	25	2	4	3
E	40	1	2	5

Цена подлеже ризику, расподела цена је дата на следећем слајду.

Задатак

	S1	S2	S3
A	60	55	40
B	72	65	50
C	50	40	27
D	30	25	26
E	47	40	30

S1 – велика тражња

S2 – средња тражња

S3 – мала тражња

Задатак

- Која је најприхватљивија алтернатива уколико:
 - Сва стања имају подједнаке вероватноће одигравања.
 - Уколико се примени за одређивање цене MAXMIN критеријум.
 - Уколико стања имају вероватноће 0,2 0,6 0,2 респективно.
 - Користити L1 нормализацију.

Решење

- Цена има следеће вредности за три случаја

Лаплас	MAXMIN	ONV
51.67	60	53
62.33	72	63.4
39	50	39.4
27	30	26.2
39	47	39.4

Решење

Решење 1	Решење 2	Решење 3
0.242	0.243	0.241
0.22	0.221	0.22
0.174	0.168	0.174
0.198	0.204	0.201
0.165	0.163	0.164

Решење A1 је у сва три случаја најрпихватљивије

ОВПИ (Очекивана вредност перфектне информације)

- Претпоставимо да ДО зна које ће се стање одиграти. Шта ради тада:
 - S1: бира се A1 (зарада 200)
 - S2: бира се A2 (зарада 225)
 - S3: бира се A3 (зарада 250)
 - S4: бира се A4 (зарада 275)
 - S5: бира се A5 (зарада 300)
- Међутим, стања се одигравају са вероватноћама [0.1, 0.2, 0.3, 0.3, 0.1]

ОВПИ (Очекивана вредност перфектне информације)

- У “перфектном” случају се зарађује **252,5**.
- По критеријуму ОНВ се зарађује 240.
- Ова разлика ($252,5 - 240$) од 12,5 н.ј. се зове ОВПИ.
- То је заправо и ОЖ најбоље акције.

АО са узорковањем

Bayes-ова теорема:

А priori
вероватноћа

Условна
вероватноћа

$$V(s_j|X) = \frac{V(s_j)V(X|s_j)}{\sum_{j=1}^n V(s_j)V(X|s_j)}$$

А posteriori
вероватноћа

Тотална
вероватноћа
догађаја X

Догађај X

- Када се дешава стања S_i ($i=1-5$) снег пада ($X=1$) са вероватноћама:
 - $V(X|S1)= 0,05$
 - $V(X|S2)= 0,05$
 - $V(X|S3)= 0,05$
 - $V(X|S4)= 0,75$
 - $V(X|S5)= 0,1$

Пада снег ($X=1$)

	S1	S2	S3	S4	S4	
V(S)	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1	
V(X=1 S)	0.05	0.05	0.05	0.75	0.1	Σ
V(X\capS)	0.005	0.01	0.015	0.225	0.01	0.265
V(S X)	0.0189	0.0377	0.0566	0.8491	0.0377	

ОЖ
71.22642
46.88679
23.86792
2.830189
11.50943

Не пада снег ($X=0$)

	S1	S2	S3	S4	S4	
V(S)	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1	
V(X=0 S)	0.95	0.95	0.95	0.25	0.9	Σ
V(X \cap S)	0.095	0.19	0.285	0.075	0.09	0.735
V(S X)	0.1293	0.2585	0.3878	0.102	0.1224	

ОЖ
45.748299
25.272109
13.843537
15.986395
21.70068

Како резултати узорковања утичу на одлуку?

- Колико узорака предузети?
- Када донети одлуку?

Оптимална стратегија (Оптимално правило одлучивања)

- IF ($X=1$) THEN A4
- IF ($X=0$) THEN A3

Очекивани ризик оптималне стратегије

- Ако се деси догађај X , ОЖ је 2,83.
- Ако се не деси догађај X , ОЖ је 13,84.
- Међутим, вероватноћа да се деси X је 0,27, а вероватноћа да се не деси је 0,73.
- Према томе ОР је $2,83 \cdot 0,27 + 13,84 \cdot 0,73 = 10,87$
- Да ли ОР зависи од броја узорака?

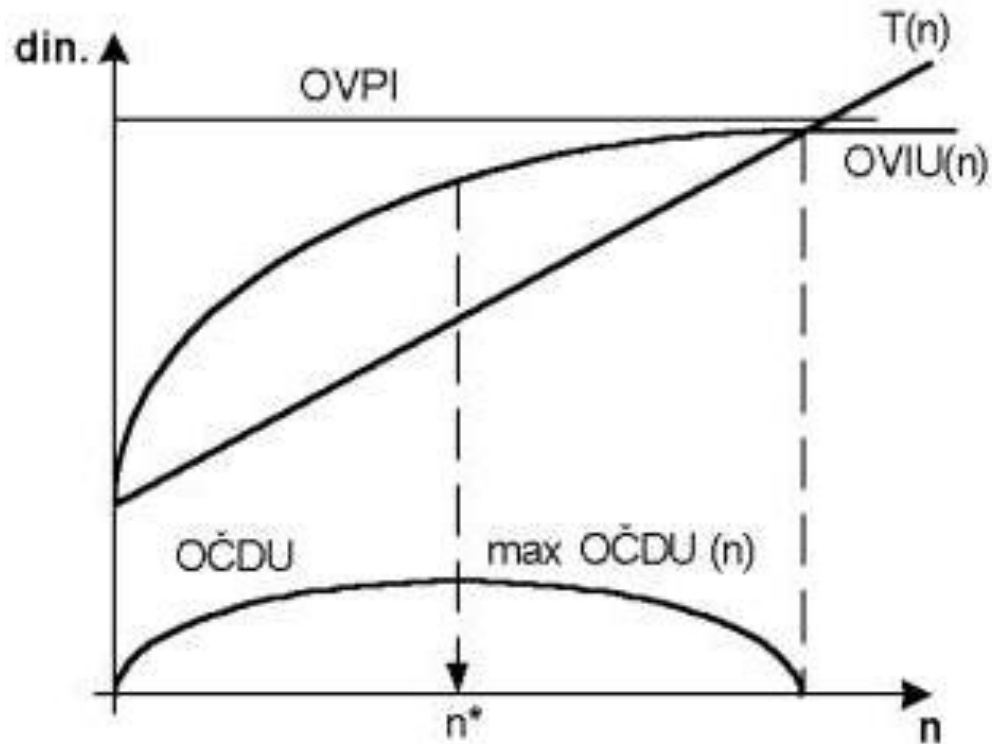
Очекивана вредност информације узорка

- Разлика између ОВПИ и ОР
 $12,5 - 10,87 = 1,63$

Очекивана чиста добит од узорковања

- Разлика између ОВИУ и Трошкова узорковања.
- Ако су трошкови узорковања 1 н.ј., тада је $ОЧДУ = 0,63$

Оптимални план узорковања



Задатак ВАО

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
	min	max	min	max
A	55	3	0.7	4
B	65	1	0.4	3
C	40	0	0.7	4
D	25	2	4	3
E	40	1	2	5

Цена подлеже ризику, расподела цена је дата на следећем слајду.

Задатак

	S1	S2	S3
A	60	55	40
B	72	65	50
C	50	40	27
D	30	25	26
E	47	40	30

S1 – велика тражња

S2 – средња тражња

S3 – мала тражња

Догађај Мала понуда

- При стању S_i ($i=1-3$) мала понуда (X) се дешава са вероватноћама:
 - $P(X|S_1 - \text{велика потражња}) = 0,70$
 - $P(X|S_2 - \text{средња потражња}) = 0,50$
 - $P(X|S_3 - \text{мала потражња}) = 0,10$
- Одредити како догађај Мале или Велике понуде утиче на ранг алтернатива.

Решење

	S1	S2	S3		
P(S)	0.2	0.6	0.2		
P(X Si)	0.7	0.5	0.1		
P(\neg X Si)	0.3	0.5	0.9		
P(X \cap S)	0.14	0.3	0.02	0.46	P(X)
P(\neg X \cap S)	0.06	0.3	0.18	0.54	P(\neg X)
P(Si X)	0.30	0.65	0.04		
P(Si \neg X)	0.11	0.56	0.33		

Решење

Мала понуда	Велика понуда
55.87	50.56
66.48	60.78
42.48	36.78
26.57	25.89
41.70	37.44

У зависности од врсте понуде {Мала, Велика} цена ће се формирати на другачији начин.

Даље се задатак решава већ познатим поступком.