



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Теорија одлучивања

Корисност у вишеатрибутивном
одлучивању

Циљ предавања

- Упознавање са појмом корисности
- Веза корисности и нормализације (скалирања података)
- Корисност код ВАО
- Вишеатрибутивна теорија корисности

Корисност

Представља нумерички исказ преференци ДО према одређеним вредностима, која се формира у ситуацијама суочавања ДО са ризиком.

Вишеатрибутивно одлучивање

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
A	55	Besplatan u sobi	0.7	4
B	65	Plaća se	0.4	3
C	40	Nema	0.7	4
D	25	Besplatan u hodniku	4	3
E	40	Plaća se	2	5

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
A	55	3	0.7	4
B	65	1	0.4	3
C	40	0	0.7	4
D	25	2	4	3
E	40	1	2	5

Нормализација (скалирање) података

	Cena (eur)	Internet	Udaljenost od grada (km)	Čistoća
A	0.45	1.00	0.57	0.80
B	0.38	0.33	1.00	0.60
C	0.63	0.00	0.57	0.80
D	1.00	0.67	0.10	0.60
E	0.63	0.33	0.20	1.00

Веза нормализације и корисности

Нормализација	Корисност
Своди вредности на одређени интервал (најчешће [0,1])	Изражава се у одређеном опсегу (најчешће [0,10])
Нормализација претпоставља линеарно изражену корисност (индиферентност) ДО према одређеним вредностима	Представља нумерички исказ преференци ДО према одређеним вредностима
Често не узима у обзир однос ДО према ризику, тј. делује као да је ДО индиферентан према ризику	Узима у обзир однос ДО према ризику
Велики број ϕ -ја нормализације се користи ad-hoc, тј. не моделују заиста корисности ДО	Постоји методологија за конструисање ϕ -је корисности на основу преференци ДО

Корисност и друге методе

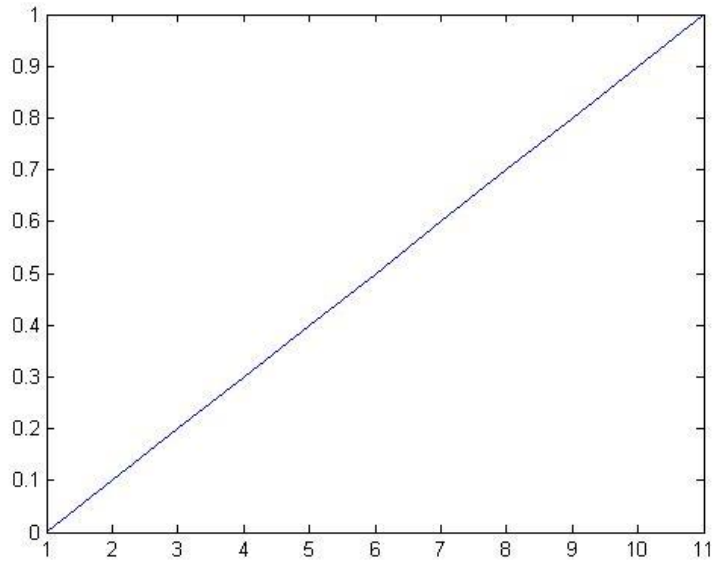
- Код АХП методе није обавезна линеарна зависност између нормализованих вредности из матрице процене и оригиналних вредности.
- Код методе PROMETHEE такође није обавезна линеарна зависност између оригиналних и нормализованих вредности.

Облици ф-је корисности

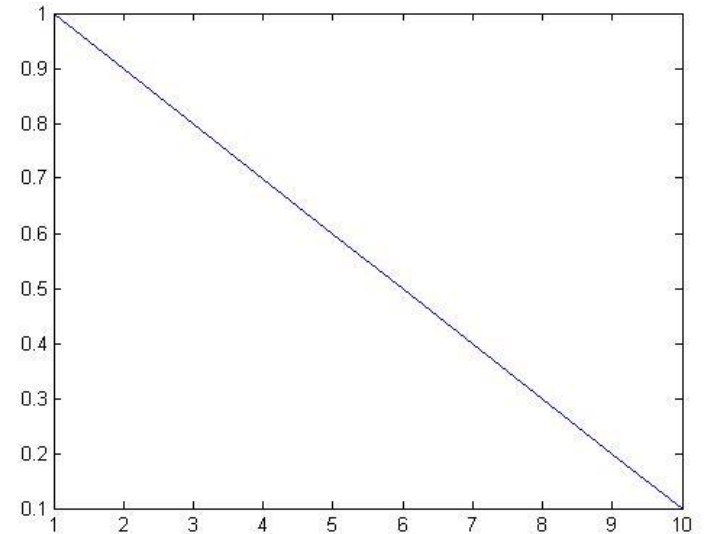
- Индиферентност
- Склоност ка ризику
- Аверзија према ризику
- Склоност - Аверзија

Индиферентност

Максимизација

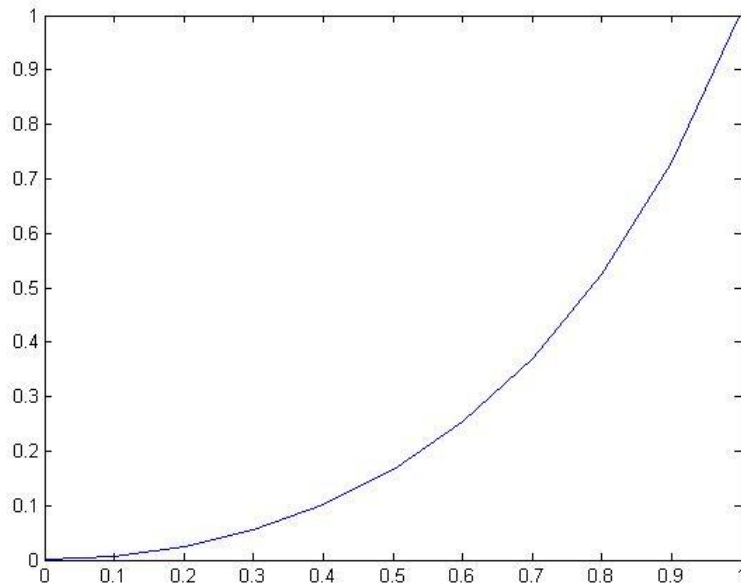


Минимизација

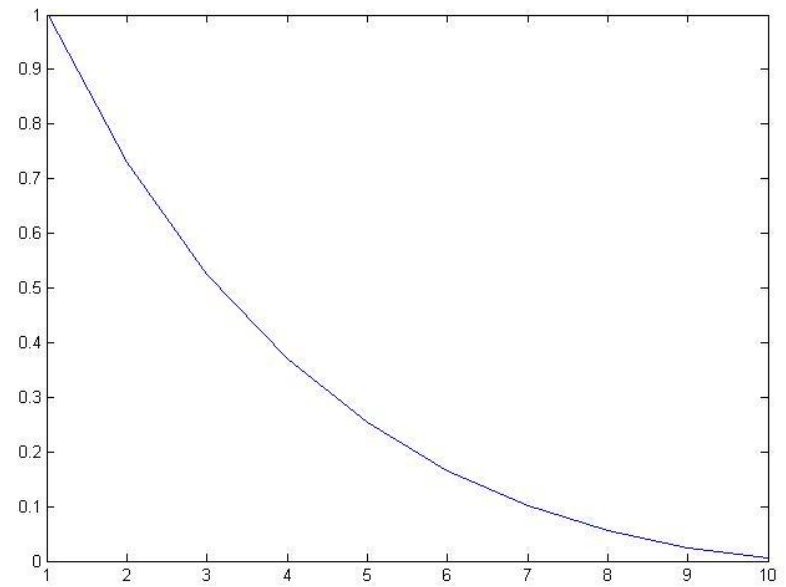


Склоност ка ризику

Максимизација

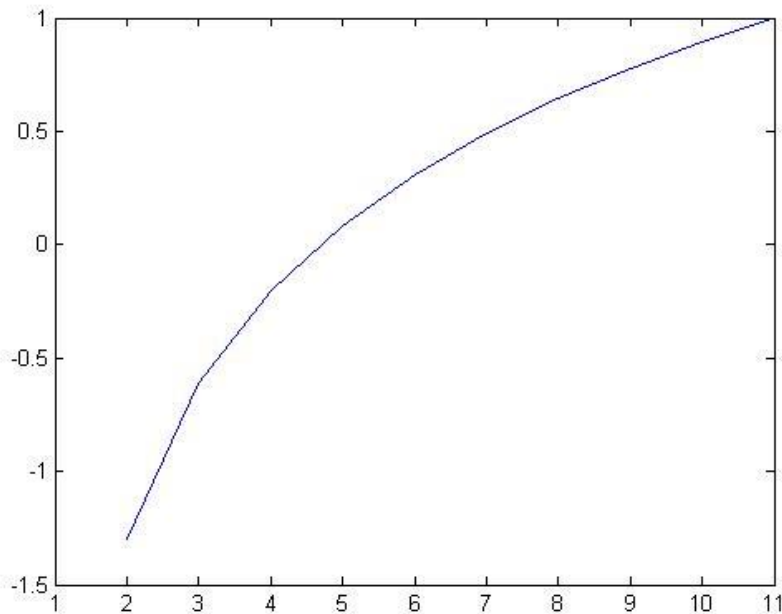


Минимизација

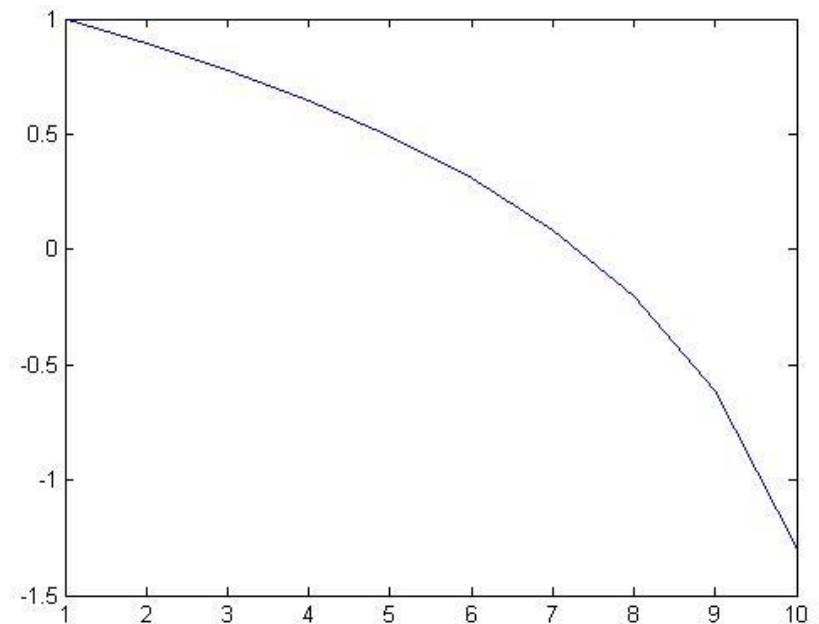


Аверзија ка ризику

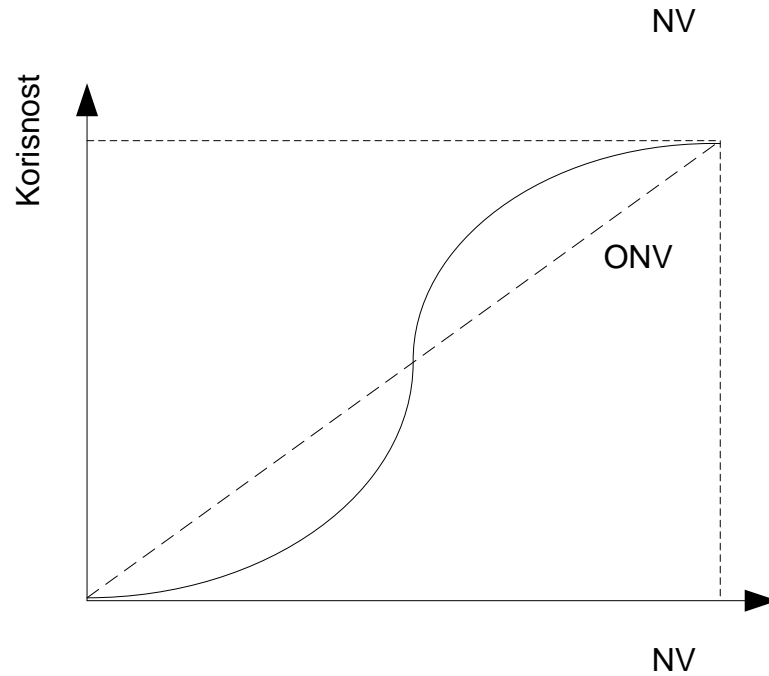
Максимизација



Минимизација



Склоност-аверзија ка ризику



Математичке ф-је корисности

- Експоненцијална (на вежбама)
- Логаритамска
- Квадратна
- Инверзна

ВА Теорија корисности (ВАТК)

- Корисност је могуће интегрисати у процес нормализације код ВАО
- На тај начин се у процес нормализације уноси став ДО према ризику
- Сваки критеријум (атрибут) може да се изрази кривом корисности

Кораци ВАТК

1. Дефисање циља,
2. Дефинисање критеријума,
3. Дефинисање тежина критеријума,
4. Редукција табеле одлучивања (конјунктивна метода),
5. Дефинисање корисности за сваки атрибут,
6. Нормализација табеле одлучивања и
7. Рачунање очекиване корисности
 - Отежана сума
 - Отежани производ
 - Производ

Конструисање ϕ -је корисности

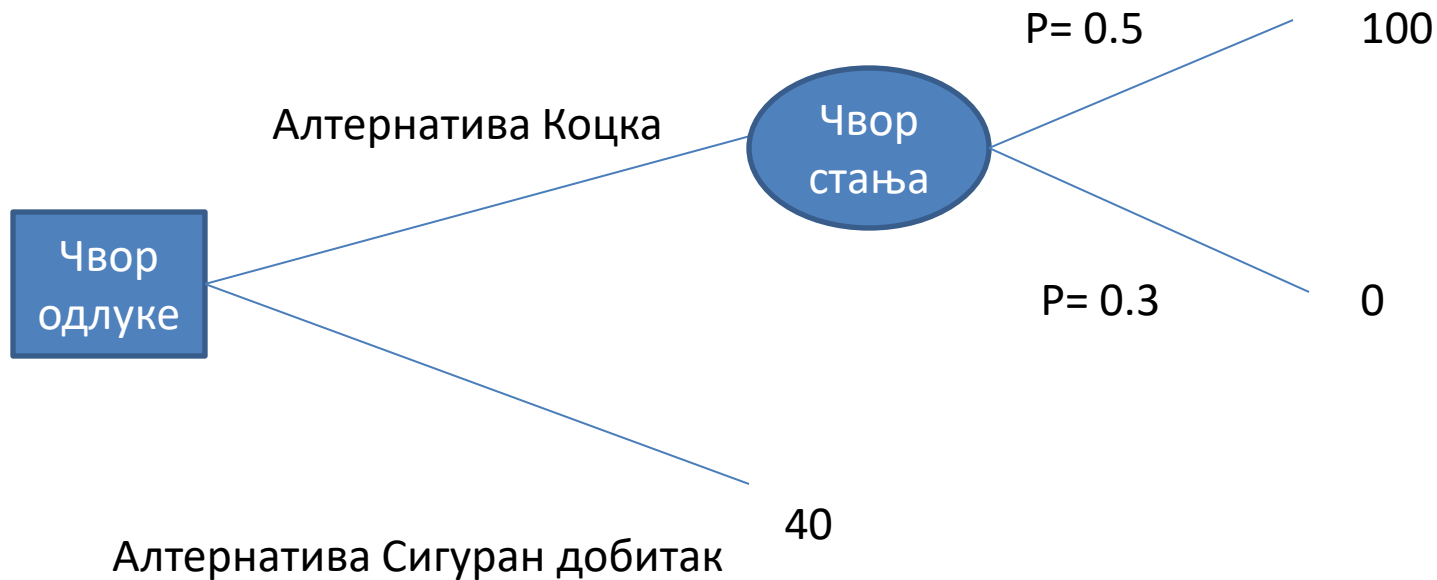
- Стандардна техника коцкања
- ДО се нуди низ питања да би се сазнала његова/њена склоност ка ризику
- Питања су облика
 - Ако се нуди сигуран добитак од X новчаних јединица (н.ј.) или коцка у којој са вероватноћом P_1 може да се добије X_1 н.ј. и са вероватноћом P_2 , X_2 новчаних јединица

Пример (страна 173. књиге)

- Корисност за 100 (изражено у 000) нј. је 10
- Корисност за 0 (изражено у 000) нј. је 0
- ДО је индифирента између добитка 40 н.ј. и уласка у коцку у којој са једнаким вероватноћама може да добије 100 или 0.

Решење

- Понуђена коцка може да се представи преко следећег дрвета одлучивања



Решење

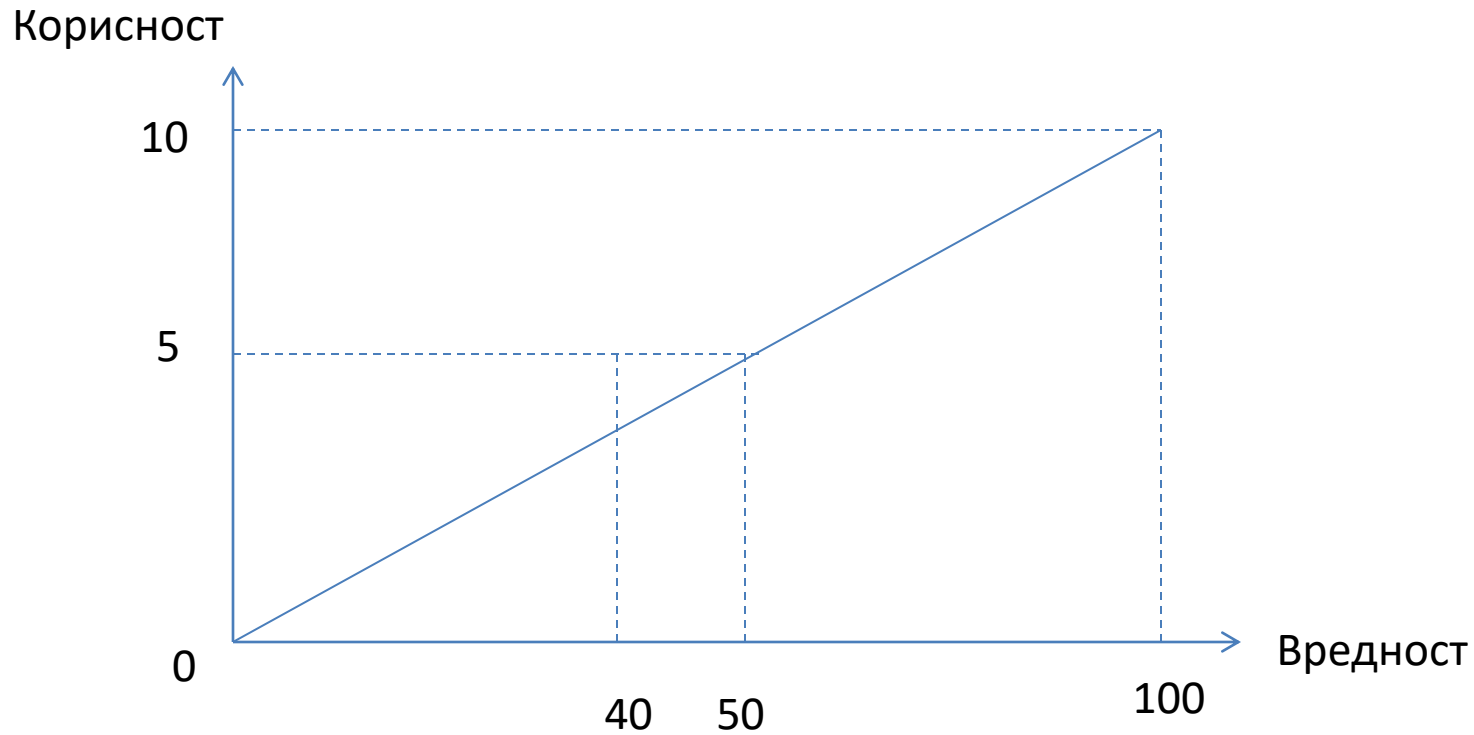
$$K(100)*0.5 + K(0)*0.5 = K(40)$$

$$10*0.5 + 0*0.5 = K(5)$$

$$\Rightarrow K(5) = 40$$

ДО је индиферентан између сигурног добитка вредности 40 и коцке вредности 50 ($100*0,5 + 0*0,5$)

Решење



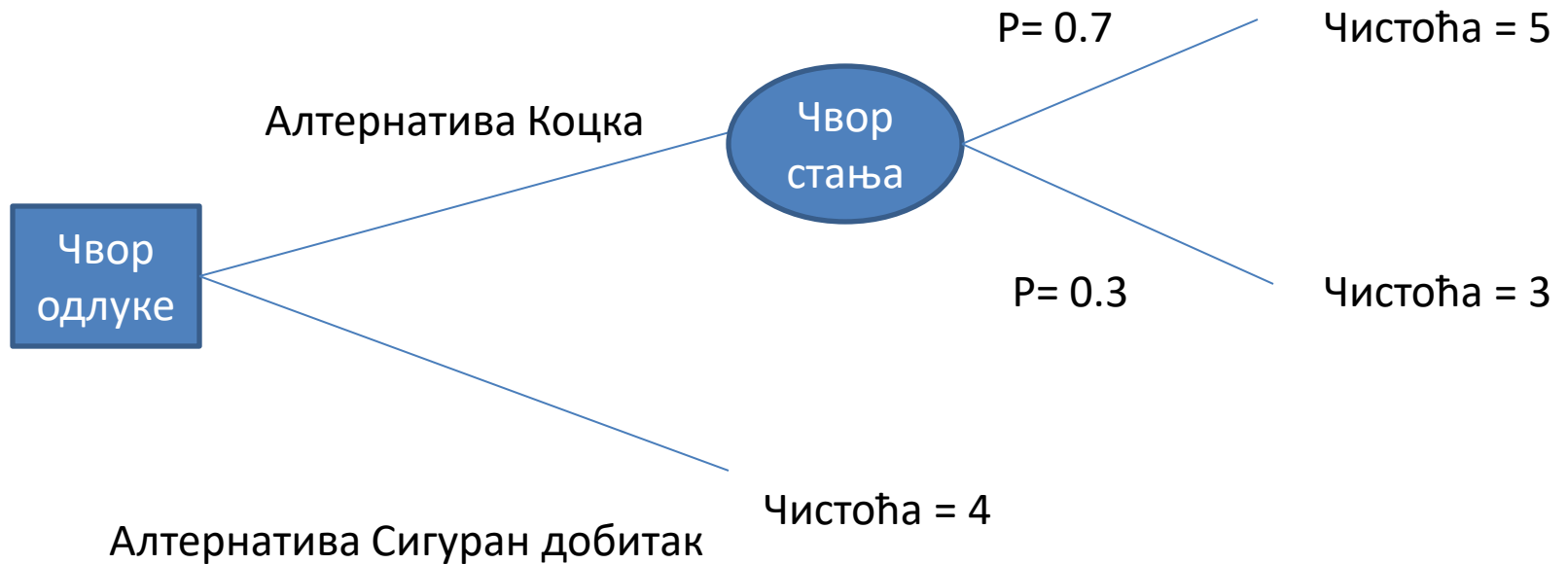
ДО исказује аверзију ка ризику

Задатак 1 (Екстракција корисности од ДО)

Желимо да сазнамо афинитете ДО према следећим чистоћама хотелских соба: 3, 4 и 5. Претпостављамо да је за најбољу вредност преференција 10, а за најгору преференција 0. ДО је индиферентан између чистоће од 4 са коцком у којој са вероватноћом 0.7 може да се добије собу чистоће 5 и собу чистоће 3 са вероватноћом 0.3.

Решење

- Понуђена коцка може да се представи преко следећег дрвета одлучивања



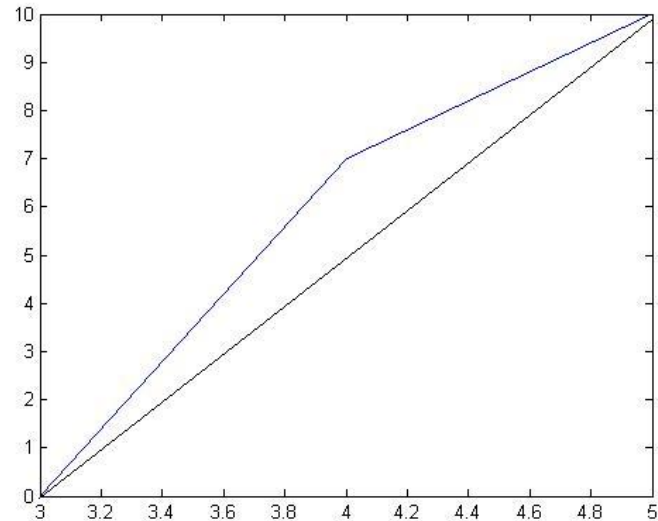
Решење

$$K(5) \cdot 0.7 + K(3) \cdot 0.3 = K(4)$$

$$10 \cdot 0.7 + 0 \cdot 0.3 = K(4)$$

$$\Rightarrow K(4) = 7$$

Вредности	Корисности
5	10
4	7
3	0



ДО је индиферентан између сигурне вредности 4 и вредности коцке 4,4. ДО исказује аверзију ка ризику.

Задатак 2 (Екстракција корисности од ДО)

Желимо да сазнамо афинитете ДО према следећим ценама хотелских соба: 25, 40, 55, 65. Претпостављамо да је за најбољу вредност преференција 10, а за најгору преференција 1. ДО је индиферентан између цене од 40 са коцком у којој са једнаким вероватноћама може да се деси 25 и 65. Индиферентан је такође између цене од 55 и коцке: цена 25 ($P=0.2$) и цене 65 ($P=0.8$)

Решење

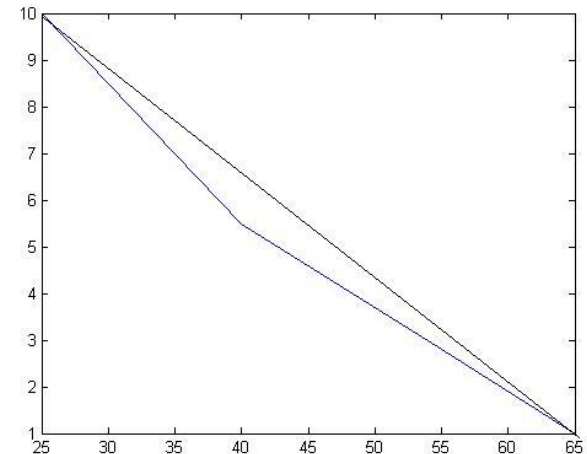
$$K(25)*0.5 + K(65)*0.5 = K(40)$$

$$10*0.5 + 1*0.5 = K(40) \Rightarrow K(40) = 5.5$$

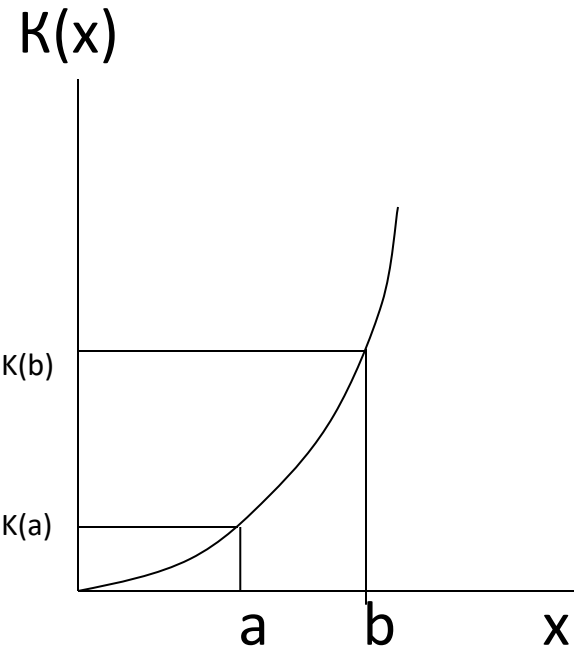
$$K(25)*0.2 + K(65)*0.8 = K(55)$$

$$10*0.2 + 1*0.8 = K(55) \Rightarrow K(55) = 2.8$$

Вредност	Корисност	Индиферентност
25	10	10
40	5,5	6,625
55	2,8	3,25
65	1	1

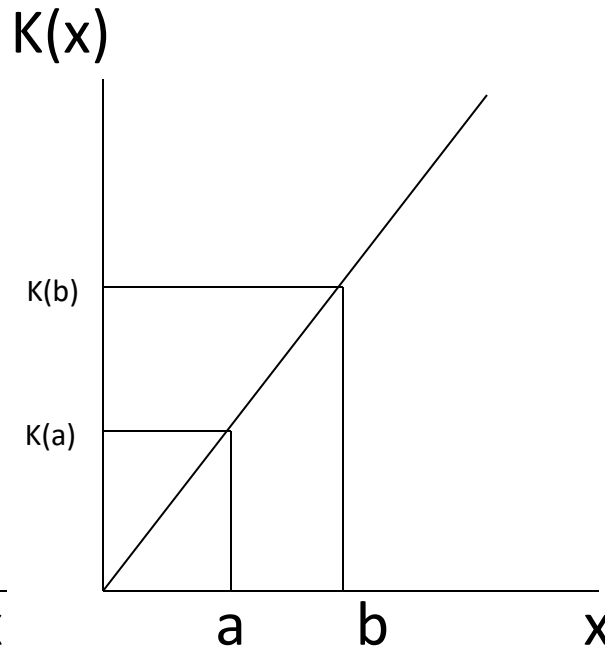


Провера типа ϕ -је корисности



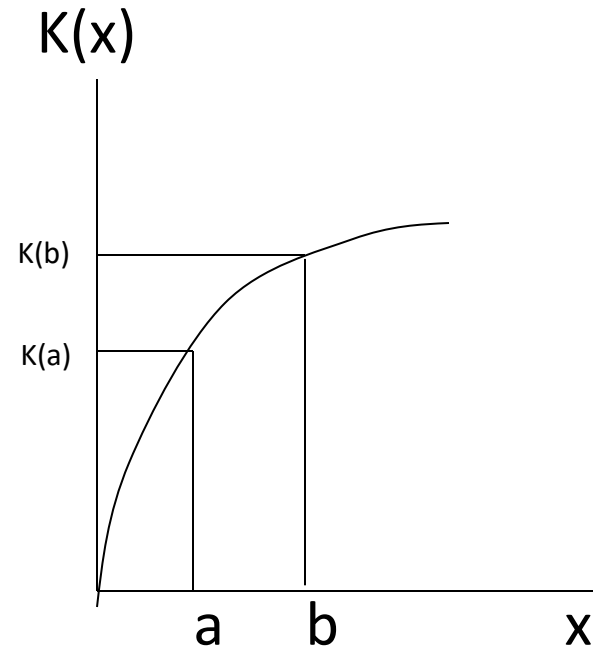
Склоност ка ризику

$$K'(x) > 0$$
$$(K'(x) < 0 \text{ - мин})$$
$$K''(x) > 0$$



Индиферентност

$$K'(x) > 0$$
$$(K'(x) < 0 \text{ - мин})$$
$$K''(x) = 0$$



Аверзија ка ризику

$$K'(x) > 0$$
$$(K'(x) < 0 \text{ - мин})$$
$$K''(x) < 0$$

Задатак 3 (рачунање корисности и испитивање облика корисности)

За цену хотела задата је ϕ -ја корисности доносиоца одлуке $250 \cdot x^{-1}$. Израчунати вредности за корисност. Такође одредити врсту ϕ -је корисности.

Решење

Убацујући вредности 25, 40, 55 и 65 у дату формулу добијају се следеће вредности: 10; 6,25; 4,55; 3.85.

Први извод је $(250 * x^{-1})' = -250 * x^{-2} < 0$ (ф-ја типа минимизације).

Други извод је $500 * x^{-3} > 0$ (склоност ка ризику).

Задатак 4 (рачунање корисности и испитивање облика корисности)

За чистоћу хотела задата је ϕ -ја корисности доносиоца одлуке $e^{0,1*x^2}/1.3$. Израчунати вредности за корисност. Такође одредити врсту ϕ -је корисности.

Решење

Убацујући вредности 3, 4 и 5 у дату формулу добијају се следеће вредности: 1.89; 3,81; 9,37.

Први извод је $(e^{0,1*x^2}/1.3)' = 1/1.3 * (0.1*x^2)' * e^{0,1*x^2} = 0.2/1.3 * x * e^{0,1*x^2} > 0$ (ф-ја типа максимизације).

Други извод је $(0.2/1.3 * x * e^{0,1*x^2})' = (x' * e^{0,1*x^2} + x * (e^{0,1*x^2})') = e^{0,1*x^2} + 0.2 * x^2 * e^{0,1*x^2} > 0$ (склоност ка ризику).

Задатак 5 (испитивање облика корисности)

За плату задата је ϕ -ја корисности доносиоца одлуке $1 - e^{\ln(0.5) \cdot x/800}$. Израчунати вредности за корисност. Такође одредити врсту ϕ -је корисности.

Решење

Први извод је $(1 - e^{\ln(0.5) \cdot x/800})' = 1' - (e^{\ln(0.5) \cdot x/800})'$
 $= 0 - (\ln(0.5) \cdot x/800)' \cdot e^{\ln(0.5) \cdot x/800} > 0$ (ф-ја типа
максимизације).

$$c = -\ln(0.5)/800 > 0$$

Други извод је $(c \cdot e^{-cx})' = -c^2 \cdot e^{-cx} < 0$ (аверзија
ка ризику).

Агрегације код ВАТК

(вишеатрибутивне теорије корисности)

- За задату табелу одлучивања и тежине критеријума одредити различите врсте агрегација:

- Отежана сума
- Отежани производ
- Производ

Тежине	0.4	0.4	0.2
--------	-----	-----	-----

Radno vreme	Plata	Beneficije
1	0.330813	0.5
1	0.364673	0.5
0.75	0.693997	1
1	0.428148	0.25
0.75	0.51362	1
0.6	1	0.5
0.75	0.821543	0.5

Решење

СУМА (ТЕЖИНЕ)	ПРОИЗВОД (ТЕЖИНЕ)	ПРОИЗВОД
0.6323	0.0053	0.1654
0.6459	0.0058	0.1823
0.7776	0.0167	0.5205
0.6213	0.0034	0.1070
0.7054	0.0123	0.3852
0.7400	0.0096	0.3000
0.7286	0.0099	0.3081



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Теорија одлучивања

Следећи пут: Групно одлучивање